**Международный университет Кыргызстана**

**Высшая школа магистратуры**

**Учебно-методическое пособие**

**по курсу**

**«Математические методы**

**в юриспруденции»**

**Бишкек 2017 год**

1. **Информация о курсе**
* Наименование курса:

Математические методы в юриспруденции

* Трудоемкость курса

Общая трудоемкость курса-4 кредита:

 64 часов аудиторной работы, 56 часов- самостоятельной работы студента; общая трудоемкость дисциплины: 120 ч.

Форма контроля: экзамен

* Расписание курса

2 курс, весенний семестр, четверг, пятница-17.30-22.30

 **2. Информация о преподавателе**

* *Полное имя и звание*

Джаналиева Жылдыз Рахманкуловна, кандидат педагогических наук, доцент

* *Должность, местонахождение офиса*

Доцент ВШ Магистратуры МУКР,

пр. Чуй 255, кабинет 307

* *Контактные данные – телефон*

613431

* Основные учебники

Селезнев Л.И. Математические методы в юриспруденции. М.,2001 г.

Богатов Д.Ф., Богатов Ф.Г. «Основы информатики и математики для юристов» М.2000г.

* Дополнительная литература

Гаврилов О.А. Математические методы и модели в социально-правовом исследовании. М., 1980 г.

Вильямс Дж. Д. Совершенный стратег или букварь по теории стратегических игр

Турецкий В.Я. Математика и информатика. М., 2002 г.

Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., 1964 г.

Криминалистика / Под ред. В.А.Образцова. М., 1997 г.

Криминология / Коллектив авторов под ред. А.И. Долговой. М., 1997 г.

Курно Ог. Основы теории шансов и вероятностей. М., 1970 г.

Моено Дж. Л. Социометрия. Экспериментальный метод и наука об обществе. М.,1958

Морз Ф. М., Кимбелл Дж. Е. Методы исследования операций. М., 1956 г.

 Свешников А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. М., 1977 г.

Воднев В.Т., Наумович А.Ф., Наумович Н.Ф. Математический словарь высшей школы. Минск, 1984 г.

 **4. Пререквизиты курса:** Математика, юриспруденция, информатика.

**5. Постреквизиты курса:** Анализ юридически значимых процессов и явлений.

**6. Описание курса**

* *Обоснование курса*

 Сегодня математика активно используется во многих гуманитарных дисциплинах, как орудие исследования, наравне с другими нематематическими методами.

 Каждое гуманитарное направление сегодня находит среди математических методов и моделей те, которые могут быть использованы для более глубокого проникновения в существо решаемой проблемы. Не следует переоценивать возможности математических методов в гуманитарных науках, какими бы эффективными и эффектными они не были. Математические методы не заменяют и не подменяют собой другие методы, они дополняют их, не вступая с ними в противоречие, позволяют вскрыть еще одну сторону изучаемого явления. Математические методы в гуманитарных науках нашли свою нишу в методах исследования, обогатив палитру получаемых результатов.

 Трудно найти раздел математики, который не мог бы быть полезен той или иной дисциплине юриспруденции.

* *Цели изучения курса*
	+ Овладение применением теоретико-вероятностных методов и моделей в различных разделах юриспруденции.
	+ Овладение применением основ математического анализа в юриспруденции.
	+ Умение составлять прогноз
	+ Умение проводить расчет различных числовых характеристик и показателей
* *Предполагаемые результаты изучения дисциплины*

По окончании курса студенты должны знать:

1. Методы экстраполяции
2. Метод средней геометрической
3. Метод скользящей средней.
4. Метод наименьших квадратов
5. Математическую статистику
6. Математический анализ
7. Виды математических моделей
8. Математические методы решения прикладных задач
9. Использование производной и интегралов
10. Элементы комбинаторики
11. Основные понятия и определение вероятности.
12. Теоремы вероятности
13. Случайные величины
14. Характеристики дискретных случайных величин
15. Основные понятия математической статистики
16. Эмпирическую функцию распределения
17. Числовые характеристики статистического распределения
18. Корреляционную зависимость
19. Уравнение регрессии
20. Коэффициент корреляции
21. Уметь применять данные методы к юридически значимым процессам и явлениям
* *Предполагаемые результаты изучения дисциплины*

Ожидаемые результаты обучения:

* Владение глубокими теоретическими знаниями и **компетенциями** математических методов.
* Знание основных научно-теоретических положений математической науки, предполагающих умение логически верно, аргументировано и ясно мыслить, обобщать, анализировать, рассуждать, ставить цель и выбирать пути её достижения.
* Знание основных методов математики и математического моделирования, умение применять их в различных сферах жизнедеятельности к решению профессиональных задач.
* Умение применять основные математические законы и ее методы в познавательной и профессиональной деятельности к юридически значимым процессам и явлениям.
* Умение не только самостоятельно накапливать информацию, но и подготавливать и принимать решения
* Способность к непрерывному образованию, к продуктивной, самостоятельной, творческой  деятельности.

Ожидаемые компетенции:

* Владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения.
* Умение использовать основные законы математических методов в профессиональной деятельности, применять методы теоретического и экспериментального исследования.
* Расширение базы предметных знаний и умений в области математики и ее методов, сформированность мотивов углубленного изучения математических наук.
* Способность научно анализировать социально значимые проблемы и процессы.
* Умение логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь.
* Способность использовать воображение, мыслить творчески, способность самостоятельно приобретать новые знания и умения, умение ориентироваться в быстроменяющихся условиях, непрерывно самообучаться.
* Способность подготавливать и принимать решения.
* *Сфера применения результатов изучения дисциплины*

 Все вышеуказанные предполагаемые результаты изучения дисциплины «Юридическая статистика» могут быть применены студентами в их дальнейшей профессиональной и исследовательской деятельности в рамках их специализации. Профессиональная сфера применения этих результатов охватывает все области юридической деятельности.

* *Методы преподавания и изучения дисциплины*

 При преподавании данной дисциплины применяются традиционные методы- лекции, практические занятия, консультации, самостоятельная работа. Учитывая недостаточную математическую подготовку юристов, все темы данной дисциплины рассматриваются на доступных реальных примерах уголовно-правовой, криминологической, гражданско-правовой, административно-правовой и иной социально-правовой статистики с полным и последовательным расчетом всех имеющихся статистических величин, индексов, коэффициентов и других показателей, что может оказать непосредственную помощь студентам в применении статистических методов.

* *Структура курса: краткое содержание тем*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование тем | лек | пр | срсп | срс |
| 1 | Сферы приложения математических методов в МО | 3 | 2 |  | 3 |
| 2 | Методы экстраполяции. Метод средней геометрической | 2 | 2 |  | 4 |
| 3 | Метод скользящей средней. Метод наименьших квадратов | 2 | 2 | 1 | 3 |
| 4 | Разбор тем магистерских диссертаций (курсовых работ) | 3 |  |  | 3 |
| 5 | Математические модели. Математические методы решения прикладных задач | 3 | 1 |  | 3 |
| 6 | Использование производной и интегралов | 2 | 3 |  | 3 |
| 7 | Элементы комбинаторики. Основные понятия теории вероятностей | 2 | 2 |  | 3 |
| 8 | Определение вероятности Теоремы вероятности | 2 | 3 | 1 | 3 |
| 9 | Случайные величины. Дискретные случайные величины | 2 | 2 |  | 3 |
| 10 | Характеристики дискретных случайных величин |  | 3 | 1 | 3 |
| 11 | Основные понятия математической статистики. Вариационный ряд | 2 | 2 |  | 3 |
| 12 | Эмпирическая функция распределения | 1 | 2 | 1 | 3 |
| 13 | Числовые характеристики статистического распределения | 2 | 3 | 1 | 4 |
| 14 | Корреляционная зависимость. Уравнение регрессии | 2 | 3 | 1 | 3 |
| 15 | Коэффициент корреляции | 1 | 2 |  | 3 |
| 16 | Прием курсовых работ | 3 |  |  | 3 |
|  | Всего | 32 | 32 | 6 | 50 |

**Объем курса и виды учебной работы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Виды учебной работы* | *Все-го* | *Недели – весенний семестр, 2 год обучения* |
| ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** | ***6*** | ***7*** | ***8*** | ***9*** | ***10*** | ***11*** | ***12*** | ***13*** | ***14*** | ***15*** | ***16*** |
| Общая трудоемкость | **120** | **8** | **8** | **8** | **6** | **7** | **8** | **7** | **9** | **7** | **7** | **7** | **7** | **10** | **9** | **6** | **6** |
| Аудиторные занятия: | **64** | **5** | **4** | **4** | **3** | **4** | **5** | **4** | **5** | **4** | **3** | **4** | **3** | **5** | **5** | **3** | **3** |
| 1. Лекции |  | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 |  | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 |
| 2. Практические занятия |  | 2 | 2 | 2 |  | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 |  |
| Самостоятельная работа: | **36** | **3** | **4** | **4** | **3** | **3** | **3** | **3** | **4** | **3** | **4** | **3** | **4** | **5** | **4** | **3** | **3** |
| 1.Консультации преподавателя | **6** |  |  | 1 |  |  |  |  | 1 |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  |  |
| 2. Самостоятельная работа студента: | **50** | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 |
| *Проработка конспекта лекций и учебной литературы (в т.ч. дополнительной)* |  | 1 | 2 | 1 |  | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| *Поиск и обзор литературы, электронных источников информации, стат. данных по индивидуально заданной проблеме курса* |  | 1 |  | 1 | 2 |  | 1 |  | 1 | 1 |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 2 |
| *Домашнее задание**решение задач* |  | 1 | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |
| *Индивидуальное домашнее задание* |  |  | 1 |  | 1 | 1 |  |  |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 |  | 1 |  |

**Расширенный тематический план по курсу**

**Тема № 1.** **Сферы приложения математических методов в международных отношениях**

Необходимость изучения математики дипломатами международниками. Математические методы как средство анализа некоторых разделов международных отношений. Применение математики в информационно-аналитической, научно-исследовательской и управленческой деятельности специалиста.

**Тема № 2.** **Методы экстраполяции. Метод средней геометрической**

Понятие экстраполяции. Значение экстраполяции в международных отношениях. Метод средней геометрической, его применение в решении задач. Решение типовых задач.

**Тема № 3. Метод скользящей средней. Метод наименьших квадратов**

Метод скользящей средней. Метод наименьших квадратов. Нахождение коэффициентов. Применение методов прогнозирования к специфическим задачам. Решение типовых задач.

**Тема № 4. Разбор тем магистерских диссертаций (курсовых работ)**

Знакомство с темами диссертаций магистров. Разбор планов диссертаций. Обсуждение предстоящих работ магистрантов.

**Тема № 5. Математические модели. Математические методы решения прикладных задач**

Математические модели. Разновидность моделей. Зависимость моделей. Прикладные задачи. Математические методы решения различных прикладных задач

**Тема № 6. Использование производной и интегралов**

Понятие производной функции. Физический и геометрический смысл производной. Таблица основных производных. Правила дифференцирования. Применение производной в международных отношениях. Неопределенный и определенный интегралы. Основные методы интегрирования. Использование интегралов в международных отношениях

**Тема № 7. Элементы комбинаторики. Основные понятия теории вероятностей**

Соединения. Основные элементы комбинаторики – размещения, сочетания, перестановки. Основные формулы и свойства элементов комбинаторики. Решение основных типовых задач.

**Тема № 8. Определение вероятности. Теоремы вероятности**

Основные понятия теории вероятностей. Классификация событий. Случайные события. Детерминированные события. Произведение случайных событий. Сумма случайных событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Нахождение вероятностей. Решение типовых задач.

**Тема № 9. Случайные величины. Дискретные случайные величины**

Случайные величины, их виды. Дискретные случайные величины. Свойства дискретных случайных величин. Предполагаемая вероятностная величина. Причинно-следственные отношения. Решение типовых задач.

**Тема № 10. Характеристики дискретных случайных величин**

Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание, ее свойства. Дисперсия, ее свойства. Среднее квадратическое отклонение, его свойства. Мода. Построение многоугольника распределения. Нахождение числовых характеристик. Решение типовых задач.

**Тема № 11. Основные понятия математической статистики. Вариационный ряд**

Основные понятия математической статистики. Вариационный и статистический ряд. Понятие статистического ряда. Построение вариационного и статистического рядов. Полигон, гистограмма. Решение типовых задач.

**Тема № 12. Эмпирическая функция распределения**

Эмпирическая функция распределения, определение. Свойства эмпирической функции распределения. Построение эмпирической функции распределения. Решение типовых задач.

**Тема № 13. Числовые характеристики статистического распределения**

Статистическое распределение. Числовые характеристики статистического распределения. Выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, размах и коэффициент вариации, начальный и центральный эмпирический моменты, асимметрия и эксцесс эмпирического распределения. Решение типовых задач.

**Тема № 14. Корреляционная зависимость. Уравнение регрессии**

Взаимная зависимость и независимость случайных величин. Корреляционная зависимость. Эмпирическая линия регрессии. Уравнение прямой регрессии У на Х и Х на У. Нахождение неизвестных параметров методом наименьших квадратов. Решение типовых задач.

**Тема № 15. Коэффициент корреляции**

Зависимость случайных величин Х и У. Связь между ними. Коэффициент корреляции между величинами Х и У, его свойства. Сильная и слабая связь, прямо пропорциональная и обратно пропорциональная связь между случайными величинами. Построение теоретической линии регрессии. Прогнозирование процессов. Решение типовых задач.

**Тема № 16. Прием курсовых работ**

Прием выполненных магистрантами курсовых работ по темам своих магистерских диссертаций. Решение типовых задач.

**Контрольные вопросы по курсу «Математические методы в юриспруденции»**

1. Необходимость изучения математики юристами.
2. Сферы применения математики юристами
3. Понятие экстраполяции и ее значение.
4. В чем состоит и когда применяется метод средней геометрической?
5. В чем состоит и когда применяется метод скользящей средней?
6. В чем состоит и когда применяется метод наименьших квадратов?
7. Математические модели. Разновидность моделей.
8. Зависимость моделей.
9. Математические методы решения различных прикладных задач
10. Что такое окрестность точки?
11. Что такое производная функции?
12. Физический смысл производной.
13. Геометрический смысл производной
14. Правила дифференцирования.
15. Применение понятия производной.
16. Неопределенный и определенный интегралы.
17. Основные методы интегрирования.
18. Использование интегралов в международных отношениях
19. Основные элементы комбинаторики – размещения
20. Основные элементы комбинаторики – сочетания
21. Основные элементы комбинаторики – перестановки
22. Что такое случайное событие?
23. Что такое детерминированное событие?
24. Что является произведением случайных событий?
25. Что является суммой случайных событий?
26. Теоремы сложения вероятностей.
27. Теоремы умножения вероятностей.
28. Формула полной вероятности
29. Дискретные случайные величины.
30. Свойства дискретных случайных величин.
31. Что такое предполагаемая вероятностная величина?
32. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание, ее свойства.
33. Дисперсия, ее свойства. Среднее квадратическое отклонение, его свойства.
34. Мода. Построение многоугольника распределения.
35. Основные понятия математической статистики. Вариационный и статистический ряд.
36. Построение вариационного и статистического рядов. Полигон, гистограмма. Понятие статистического ряда.
37. Эмпирическая функция распределения, определение. Свойства эмпирической функции распределения.
38. Построение эмпирической функции распределения.
39. Статистические числовые характеристики
40. Статистическое распределение. Числовые характеристики статистического распределения. Выборочное среднее, выборочная дисперсия
41. Выборочное среднее квадратическое отклонение, мода, медиана.
42. Размах и коэффициент вариации
43. Начальный и центральный эмпирический моменты.
44. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения.
45. Взаимная зависимость и независимость случайных величин.
46. Корреляционная зависимость. Эмпирическая линия регрессии.
47. Уравнение прямой регрессии У на Х и Х на У.
48. Нахождение неизвестных параметров методом наименьших квадратов.
49. Зависимость случайных величин Х и У. Связь между ними.
50. Коэффициент корреляции между величинами Х и У, его свойства.

**Тематика рефератов**

1. Применение математики в юриспруденции
2. Ряды динамики и их значение в исследовании юридически значимых явлений.
3. Методы прогнозирования и их использование в юриспруденции.
4. Метод средней геометрической и его применение в юриспруденции
5. Метод скользящей средней и его применение в юриспруденции
6. Метод наименьших квадратов и его применение в юриспруденции
7. Использование средств математического анализа в юриспруденции.
8. Применение средств и методов теории вероятностей в юриспруденции.
9. Применение средств математической статистики в юриспруденции.

**7. Политика курса**

Студент Магистратуры обязан посещать все занятия и писать конспекты.

Перекличка производится через 15 минут после начала занятия. Студенты, опоздавшие более, чем на 15 минут без уважительной причины отмечаются как отсутствовавшие.

При пропуске более 90 % занятий (11 занятий) студент не допускается к зачету в текущем учебном году.

Также студент не допускается к сдаче зачета, если у него имеется задолженность по предмету «Юридическая статистика».

При пропусках занятий более 2-х раз (до 90% занятий) предусматриваются отработки.

Отработки сдаются во время весеннего семестра, в четверг до начала сессионной недели.

К сдаче зачета допускаются только студенты, не имеющие отработок.

В случае получения студентом незачета на сессии, ему предоставляется возможность пересдать данный зачет, но не более 2-х раз, в случае получения незачета после пересдачи (2-х раз) студент сможет сдать зачет только в следующем учебном году.

Любой способ использования шпаргалок, разговоры во время экзаменов, списывание, использование мобильных телефонов, нетактичное поведение является поводом для удаления студента с зачета

**8. Оценивание**

Шкала оценивания: общая оценка успеваемости студентов рассчитывается в процентах и состоит из следующих компонент:

15%-посещаемость занятий,

15%-защита реферата

20%-выполнение домашнего задания

50%-зачет

В результате суммирования всех компонент выводится следующая оценка

Ниже 60%- незачет

60 % и выше зачет

**Краткий конспект лекций**

**Тема 2. Методы экстраполяции. Метод средней геометрической**

Экстраполяция заключается в переносе знаний об одних объектах на другие. Можно выделить следующие формы экстраполяции, использующиеся в управлении.

1. Понятийная экстраполяция, в этом случае понятийный аппарат той или иной теории переносится на новые объекты, которые описываются в терминах данной теории. Следует лишь иметь в виду, что такого рода экстраполяция может быть и неудачной. Так, в литературе по менеджменту весьма неудачным является использование понятия “закон”. Например, такой мотив как сохранение организационной общности, постоянно именуют законом, хотя этот феномен ничего общего с последним не имеет. Данная форма экстраполяции применяется при открытии новых фактов, явлений, требующих объяснения.

2. Количественная экстраполяция: имеет место перенос каких-то конкретных параметров из прошлого в настоящее и будущее. Эта форма представлена рядом вариантов. Широко известен перенос темпов изменения какого-либо свойства, имевших место в прошлом, в будущее, что составляет существо исследовательского прогноза. Другой формой прогноза можно считать перенос количественных отношений, существующих в настоящем, в будущее. Например, некоторый товар Х обладает двумя свойствами Ах и Вх, величины которых относятся как ?. В ходе проектирования нового товара ХН (аналогичного существующему) удалось установить, что величина показателя Ахн будет N. В этих условиях можно предположить, что и для проектируемого товара Хн отношение между свойствами Ахн и Вхн будет аналогично отношению у существующего товара Х. В таком случае, чтобы определить величину свойства Вхн, необходимо Ахн х 0,25.

Если таких соотношений у искомого свойства несколько, то необходимо использовать несколько коэффициентов. Т.е. вычисление примет вид: В=А х К х С х Д, где К, С, Д – поправочные коэффициенты, которые учитывают отношение исчисляемого фактора с другими.

Необходимо иметь в виду, что экстраполируемые отношения могут быть вневременными и историческими. Вневременные отношения – это такие, которые не изменяются с течением времени. Например, отношение радиуса и длины окружности у идеального круга не изменяется, оно всегда будет одним и тем же. Исторические отношения могут изменяться по своей величине, скажем, отношение между затратами и полезностью одного и того же типа товара (зерна, например) не является постоянным. Понятно, что если расчеты связаны с экстраполяцией вневременных отношений, то они будут точными. Если же расчеты связаны с историческими отношениями, то будут иметь вероятностный характер.

Прогнозироваться могут и средние величины. Этот метод, получивший в литературе название индексного, описывается следующим образом. “Этот метод прогнозирования, – отмечает Р.А. Фатхутдинов, – основан на приведении значений показателей объекта в настоящем к будущему моменту при помощи индексов, характеризующих изменение в будущем каких-либо условий по сравнению с настоящими условиями”1. Название в данном случае отражает не столько суть метода, сколько его математическую форму, а именно, использование индексов.

## *Понятие о средних величинах*

Признаки единиц статистических совокупностей различны по своему значению, например, заработная плата рабочих одной профессии какого-либо предприятия не одинакова за один и тот же период времени, различны цены на рынке на одинаковую продукцию, урожайность сельскохозяйственных культур в хозяйствах района и т.д. Поэтому, чтобы определить значение признака, характерное для всей изучаемой совокупности единиц, рассчитывают средние величины.

Средняя величина**–**это обобщающая характеристика множества индивидуальных значений некоторого количественного признака.

Совокупность, изучаемая по количественному признаку, состоит из индивидуальных значений; на них оказывают влияние, как общие причины, так и индивидуальные условия. Средняя, являясь функцией множества индивидуальных значений, представляет одним значением всю совокупность и отражает то общее, что присуще всем ее единицам.

Средняя, рассчитываемая для совокупностей, состоящих из качественно однородных единиц, называется типической средней. Например, можно рассчитать среднемесячную заработную плату работника той или иной профессиональной группы (шахтера, врача библиотекаря). Разумеется, уровни месячной заработной платы шахтеров в силу различия их квалификации, стажа работы, отработанного за месяц времени и многих других факторов отличаются друг от друга, так и от уровня средней заработной платы. Однако в среднем уровне отражены основные факторы, которые влияют на уровень  заработной платы, и взаимно погашаются различия, которые возникают вследствие индивидуальных особенностей работника. Средняя заработная плата отражает типичный уровень оплаты труда для данного вида работников. Получению типической средней должен предшествовать анализ того, насколько данная совокупность качественно однородна. Если совокупность состоит их отдельных частей, следует разбить ее на типические группы (средняя температура по больнице).

Средние величины, используемые в качестве характеристик для неоднородных совокупностей, называются системными средними. Например, средняя величина валового внутреннего продукта (ВВП) на душу населения, средняя величина потребления различных групп товаров на человека и другие подобные величины, представляющие обобщающие характеристики государства как единой экономической системы.

Средняя должна вычисляться для совокупностей, состоящих из достаточно большого числа единиц. Соблюдение этого условия необходимо для того, чтобы вошел  в силу закон больших чисел, в результате действия которого случайные отклонения индивидуальных величин от общей тенденции взаимно погашаются.

 *Виды средних и способы их вычисления*

Выбор вида средней определяется экономическим содержанием определенного показателя и исходных данных. Однако любая средняя величина должна вычисляться так, чтобы при замене ею каждой варианты осредняемого признака не изменился итоговый, обобщающий, или, как его принято называть, определяющий показатель, который связан с осредняемым показателем. Например, при замене фактических скоростей на отдельных отрезках пути их средней скоростью не должно измениться общее расстояние, пройденное транспортным средством за одно и тоже время; при замене фактических заработных плат отдельных работников предприятия средней заработной платой не должен измениться фонд заработной платы. Следовательно, в каждом конкретном случае в зависимости от характера имеющихся данных, существует только одно истинное среднее значение показателя, адекватное свойствам и сущности изучаемого социально-экономического явления.

Наиболее часто применяются  средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя геометрическая, средняя квадратическая и средняя кубическая.
Это свойство степенных средних возрастать с повышением показателя степени определяющей функции называется правилом мажорантности  средних.
Каждая из отмеченных средних может приобретать две формы: простуюи взвешенную.
Простая форма среднейприменяется, когда средняя вычисляется по первичным (несгруппированными) данным. Взвешенная форма– при расчете средней по вторичным (сгруппированным) данным.

 *Средняя арифметическая* применяется, когда объем совокупности представляет собой сумму всех индивидуальных значений варьирующего признака. Следует отметить, что если вид средней величины не указывается, подразумевается средняя арифметическая.

Если при замене индивидуальных величин признака на среднюю величину необходимо сохранить неизменным произведение индивидуальных величин, то следует применить *геометрическую среднюю величину****.***

Основное применение геометрическая средняя находит при определении средних темпов роста*.*

Если при замене индивидуальных величин признака на среднюю величину необходимо сохранить неизменной сумму квадратов исходных величин, то средняя будет являться *квадратической средней величиной*.

Главной сферой применения квадратической средней величины является измерение вариации признака в совокупности.

Среднегеометрическая величина дает возможность сохранять в неизменном виде не сумму, а произведение индивидуальных значений данной величины.

Среднегеометрические величины наиболее часто используются при анализе темпов роста экономических показателей.

**Тема 3. Метод скользящей средней. Метод наименьших квадратов**

Скользящая средняя – это способ, позволяющий сглаживать ценовые колебания во времени. Иными словами, скользящая средняя рассчитывает среднюю цену цены за определенный интервал времени. Скользящая средняя – это трендовый индикатор в чистом виде. С его помощью можно отследить начало нового тренда и завершение текущего, по углу наклона можно судить о силе тренда.

Скользящая средняя хоть и является примитивным индикатором, но я считаю его базовым индикатором технического анализа, он является основой для многих торговых стратегий и различных индикаторов, поэтому знать «устройство» и принцип работы этого индикатора обязан каждый трейдер.

Существует несколько методов построения скользящей средней:

1. Простая
2. Линейно-взвешенная
3. Экспоненциальная
4. Сглаженная.

В основе всех методов лежат одни и те же принципы, отличаются лишь формулы, по которым они рассчитываются. Естественно у каждого метода есть свои плюсы и минусы. Остановимся на каждом методе более подробно.

Чаще всего, когда идет речь о скользящей средней, подразумевается именно метод построения простой скользящей средней. Это один из самых простых и примитивных индикаторов технического анализа.

*Основным недостатком* данного метода является то, что расчет ведется на основании данных за фиксированный промежуток времени,  а не всех цен, и каждому значению цены в истории присваивается одинаковая значимость. Но, согласитесь, что цена, которая имела место быть 30 дней не так важна, как цена, которая была 5 дней назад?

Также,  говоря о минусах простой средней, следует упомянуть о значительном запаздывании данного индикатора, поэтому при торговле, трейдер не сможет взять большую часть трендового движения.

*К достоинствам* можно отнести то, что SMA обладает низкой чувствительностью, по сравнению с другими видами и будет давать меньше ложных сигналов, но за это придется «заплатить» более поздним сигналом на вход в позицию.

# ***Метод простого скользящего среднего***

Для измерения***сезонных колебаний*** статистикой предложе­ны различные методы. Наиболее простые и часто употребляемые из них:

* [метод абсолютных разностей](http://helpstat.ru/2012/02/analiz-sezonnyih-kolebaniy-indeks-sezonnosti-metod-absolyutnyih-i-otnositelnyih-raznostey/)
* [метод относительных разностей](http://helpstat.ru/2012/02/analiz-sezonnyih-kolebaniy-indeks-sezonnosti-metod-absolyutnyih-i-otnositelnyih-raznostey/)
* [построение индексов сезонности](http://helpstat.ru/2011/12/skolzyashhaya-srednyaya/)

Из группы ***методов скользящего среднего*** самым простым является ***метод простого скользящего среднего***по n-узлам. В этом методе среднее фиксированного числа n-последних наблюдений используется для оценки следующего значения уровня ряда.

Значение прогноза, полученного методом ***простого скользящего среднего,*** всегда меньше фактического значения — если исходные данные монотонно возрастают, и наоборот больше фактического значения — если исходные данные монотонно убывают. Поэтому с помощью простого скользящего среднего нельзя получить точных прогнозов. Этот метод лучше всего подходит для данных с небольшими случайными отклонениями от некоторого постоянного или медленно меняющегося значения.

**I. Метод простого скользящего среднего** имеет два недостатка:

* возникает в результате того, что при вычислении прогнозируемого значения самое последнее наблюдение имеет такой же вес (значимость), как и предыдущее, т.е. присвоение равного веса, противоречит интуитивному представлению о том, что во многих случаях последние данные могут больше сказать о том, что произойдет в ближайшем будущем, чем предыдущие.
* необходимо хранить большой объем информации.

**II. Метод взвешенного скользящего среднего**в основе которого лежит идея, что более **поздние данные важнее более старых:**

Ỹt= α0Υt+ α1Υt+1 +α2Υt+2

(1/6, 2/6, 3/6) или (2/10, 3/10, 5/10)  Во всех случаях **α** убывают, а их сумма=1

**Метод скользящей средней**основан на свойстве средней погашать случайные отклонения от общей закономерности. Расчет скользящей средней осуществляется по средней арифметической простой из заданного числа уровней ряда, с отбрасыванием, при вычислении каждой новой средней, предыдущего уровня и присоединением следующего. Сглаживание методом простой скользящей средней заключается в том, что вычисляется средний уровень из **3**, **5**, **7** и т.д. **уровней.** В результате, расчет средней, как бы, скользит от начала ряда динамики к его концу. При **нечетном шаге** каждая вычисленная скользящая средняя соответствует реальному интервалу (моменту) времени, находящемуся в середине шага (интервала), а число сглаженных уровней, меньше первоначального числа уровней на величину шага скользящей средней, уменьшенного на единицу.

 Если шаг скользящей средней выражен **четным числом,** то полученные скользящие средние ***центрируют.***

Операция ***центрирования***заключается в повторном скольжении с шагом, равным двум. Число уровней сглаженного ряда будет меньше на величину шага скользящей средней.

Определение **интервала сглаживания** (числа входящих в него уровней) зависит:

* если необходимо **сгладить**беспорядочные колебания, то интервал сглаживания берут большим (до 5-7 уровней);
* если же есть необходимость **сохранить**периодически повторяющиеся колебания, то интервал сглаживания уменьшают  до 3 уровней.

## *Алгоритм сглаживания методом скользящей средней*

1. Для временного ряда y1,y2,...,yn определяется интервал сглаживания m (m < n). Если необходимо сгладить мелкие беспорядочные колебания, то интервал сглаживания берут по возможности большим; интервал сглаживания уменьшают, если нужно сохранить более мелкие колебания. При прочих равны условиях интервал сглаживания рекомендуют брать нечетным.
2. Для первых m уровней временного ряда вычисляется их средняя арифметическая; это будет сглаженное значение уровня ряда, находящегося в середине интервала сглаживания. Затем интервал сглаживания сдвигается на один уровень вправо, повторяется вычисление средней арифметической и т.д. Для вычисления сглаженных уровней ряда у применяется формула:

В результате такой процедуры получаются n - m + 1 сглаженных значений уровня ряда.

## *Недостатки метода*

1. Первые и последние уровни ряда теряются (не сглаживаются).
2. Метод применим лишь для рядов, имеющих линейную тенденцию.

**Тема 5. Математические модели. Математические методы решения**

**прикладных задач**

**Моделирование как метод решения прикладных задач.** С точки зрения информатики, решение любой производственной или научной задачи описывается следующей технологической цепочкой: “реальный объект – модель – алгоритм – программа – результаты – реальный объект”. В этой цепочке очень важную роль играет звено “модель”, как необходимый, обязательный этап решения этой задачи. Под моделью при этом понимается некоторый мысленный образ реального объекта (системы), отражающий существенные свойства объекта и заменяющий его в процессе решения задачи.

Модель – очень широкое понятие, включающее в себя множество способов представления изучаемой реальности.

Различают модели материальные (натурные) и идеальные (абстрактные). Материальные модели основываются на чем-то объективном, существующем независимо от человеческого сознания (каких-либо телах или процессах). Материальные модели делят на физические (например авто- и авиамодели) и аналоговые, основанные на процессах, аналогичных в каком-то отношении изучаемому (например, процессы в электрических цепях оказываются аналогичными многим механическим, химическим, биологическим и даже социальным процессам и могут быть использованы для их моделирования).

Границу между физическими и аналоговыми моделями провести можно весьма приблизительно и такая классификация моделей носит условный характер. Еще более сложную картину представляют идеальные модели, неразрывным образом связанные с человеческим мышлением, воображением, восприятием.

Среди идеальных моделей можно выделить интуитивные модели, к которым относятся, например, произведения искусства – живопись, скульптура, литература, театр и т.д., но единого подхода к классификации остальных видов идеальных моделей нет. Иногда эти модели все разом относят к информационным. В основе такого подхода лежит расширительное толкование понятия “информация”: “информацией является почти все на свете, а может быть, даже вообще все”. Такой подход является не вполне оправданным, так как он переносит информационную природу познания на суть используемых в процессе моделей – при этом любая модель является информационной.

Более продуктивным представляется такой подход к классификации идеальных моделей, при котором различают следующие.

1. Вербальные (текстовые) модели. Эти модели используют последовательности предложений на формализованных диалектах естественного языка для описания той или иной области действительности (примерами такого рода моделей являются милицейский протокол, правила дорожного движения, настоящий учебник).

2. Математические модели – очень широкий класс знаковых моделей (основанных на формальных языках над конечными алфавитами), широко использующих те или иные математические методы. Например, можно рассмотреть математическую модель звезды. Эта модель будет представлять собой сложную систему уравнений, описывающих физические процессы, происходящие в недрах звезды. Математической моделью другого рода являются, например, математические соотношения, позволяющие рассчитать оптимальный (наилучший с экономической точки зрения) план работы какого-либо предприятия.

3. Информационные модели – класс знаковых моделей, описывающих информационные процессы (возникновение, передачу, преобразование и использование информации) в системах самой разнообразной природы. Граница между вербальными, математическими и информационными моделями может быть проведена весьма условно; возможно, информационные модели следовало бы считать подклассом математических моделей. Однако, в рамках информатики как самостоятельной науки, отдельной от математики, физики, лингвистики и других наук, выделение класса информационных моделей является целесообразным. Информатика имеет самое непосредственное отношение и к математическим моделям, поскольку они являются основой применения компьютера при решении задач различной природы: математическая модель исследуемого процесса или явления на определенной стадии исследования преобразуется в компьютерную (вычислительную) модель, которая затем превращается в алгоритм и компьютерную программу.

Моделирование это эффективное средство прогнозирования возможного явления, новых или будущих технических средств, конкретных решений. Модель конструируется так, чтобы операции отображали характеристики объекта (взаимосвязи, структурные и функциональные параметры и т.п.), существенные для цели исследования.

Под экономико-математической моделью понимают методику доведения до полного, исчерпывающего описания процесса получения и обработки исходной информации и правил решения рассматриваемой задачи в достаточно широком классе конкретных случаев.

 Требования к методам, с помощью которых эти модели могут и должны рассматриваться:

1. Дать четкое описание последовательности правил (алгоритма), позволяющее составить отдельный прогноз при достаточно широких предположениях о характере и значениях исходной для данного прогноза информации определенной структуры.
2. Использовать методы и технические средства, позволяющие проводить расчеты своевременно и многократно, исходя из неоднородной и большой по объему информации.
3. Обеспечить выявление важнейших и устойчивых закономерностей и тенденций.
4. Необходимо согласование отдельных прогнозов в их системе.
5. Применение математических методов является необходимым условием разработки и использования методов прогнозирования, предъявляющего высокие требования к обоснованности, действенности и своевременности научно-технического прогноза.

 *Классификация математических моделей.*

Математические модели различных процессов и явлений более кратко можно назвать математическими моделями. Для классификации этих моделей используются разные основания.

1. По целевому назначению математические модели делятся на теоретико-аналитические.
2. По особенностям методологии и технике моделирования. А они подразделяются на функциональные и структурные.
3. По характеру отражения причинно-следственных связей – бывают жестко детерминистские и модели, учитывающие случайность и неопределенность.
4. По способам отражения фактора времени – статические и динамические. В статических моделях все зависимости относятся к одному моменту или периоду времени. Динамические модели характеризуют изменения экономических процессов во времени.
5. По форме математических зависимостей – линейные и нелинейные.

*Этапы математического моделирования.*

1. Постановка проблемы и ее качественный анализ. Включает в себя выделение важнейших черт и свойств объекта, изучение его структуры, формирование гипотез.
2. Построение математической модели. Происходит формализация проблемы, выражение ее в виде конкретных математических зависимостей и отношений (функций, уравнений, неравенств).
3. Математический анализ модели. Цель этого этапа – выяснение общих свойств модели. Применяются только математические методы и приемы исследования. Наиболее важным являются доказательства существования решений сформулированной модели. Если математическими методами не удается выяснить общих свойств модели, а упрощение модели приводит к недопустимым результатам, то переходят к численным методам исследования.
4. Подготовка исходной информации. Используются методы теории вероятностей, теоретической и математической статистики.
5. Численное решение. Этот этап включает разработку алгоритмов для численного решения задачи, составления программ на компьютере и непосредственное проведение расчетов.
6. Анализ численных результатов и их применение. На этом заключительном этапе цикла встает вопрос о правильности и полноте результатов моделирования, о степени практической применимости результатов.

 *Применение математических методов в решении практических проблем.*

1. Совершенствование системы экономической информации.

Математические методы позволяют упорядочить систему экономической информации, выявлять недостатки в имеющейся информации и вырабатывать требования для подготовки новой информации или ее корректировки.

1. Углубление количественного анализа экономических проблем. Благодаря применению метода моделирования значительно усиливаются возможности конкретного количественного анализа; изучение многих факторов, оказывающих влияние на экономические процессы, количественная оценка последствий изменения условий развития экономических объектов.
2. Решение новых экономических задач..

 Сфера практического применения метода моделирования ограничивается возможностями и эффективностью формализации экономических проблем и ситуаций, а также состоянием информационного, математического, технического обеспечения используемых моделей.

**Тема 6. Использование производной и интегралов**

Очень часто требуется найти наилучшее, или оптимальное значение того или иного показателя: наивысшую производительность труда, максимальную прибыль, максимальный выпуск , минимальные издержки и т.д. Каждый показатель представляет собой функцию одного или нескольких аргументов Нахождение оптимального значения показателя сводится к нахождению экстремума (максимума или минимума) функции одной или нескольких переменных. Подобные задачи порождают класс экстремальных задач в экономике, решение которых требует использования методов дифференциального исчисления.

Важный раздел методов дифференциального исчисления, используемый в гуманитарных дисциплинах, называется *методами предельного анализа*. Предельный анализ – совокупность приемов исследования изменяющихся величин затрат или результатов при изменениях объемов производства, потребления и т.п. на основе анализа их предельных значений. Предельный показатель функции y = f(x) – это ее производная .

В гуманитарных дисциплинах широко используются средние величины: средняя производительность труда, и т.д. Но часто требуется узнать, на какую величину вырастет результат, если будут увеличены затраты или, наоборот, насколько уменьшится результат, если затраты сократятся. Для решения таких задач необходимо применение методов дифференциального исчисления – нахождение производной в случае функции одной переменной и частных производных, если функция зависит от нескольких аргументов.

**Тема 7. Элементы комбинаторики**

 На практике часто приходится располагать элементы одного или нескольких множеств в определенном порядке, выбирать из некоторого множества объектов подмножества элементов, обладающих теми или иными свойствами и т.д. В таких задачах необходимо ответить на вопрос: каким числом различных способов можно осуществить требуемое? В них речь идет о тех или иных комбинациях объектов, их называют *комбинаторными задачами*. Область математики, к которой изучаются комбинаторные задачи, называют *комбинаторикой*.

1. *Основной принцип комбинаторики (правило умножения*).

Пусть требуется выполнить одно за другим $k$ действий. Если первое действие можно выполнить $n\_{1}$ способами, второе действие $n$ способами, третье $- n\_{3}$ способами, и так до $k-$ го действия, которое можно выполнить $n\_{k} $ способами, то все действий можно выполнить $n\_{1}, n\_{2}, n\_{3}, …, n\_{k}$ способами.

*Пример 1*. В группе 25 студентов. Нужно выбрать актив группы в составе старосты, его заместителя и кассира.

*Решение.* При выборе старосты есть 25 различных возможностей. После того как староста выбран, для его заместителя остается 24 возможности, а для выбора кассира – 23 возможности. Применяя правило умножения актива группы число возможностей равно произведению 25\*24\*23 = 13800.

1. *Размещения*  из *n* элементов по *m* элементов в каждой это соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним из них), либо порядком их расположения. Общее число таких размещений рассчитывается по формуле

,

1. Задача о числе размещений отвечает на вопрос: *сколькими способами можно выбрать и разместить по m различным местам m предметов из n различных предметов.*

*Пример 2*. Сколькими способами 4 юноши могут пригласить четырех из шести девушек на танец?

*Решение:* два юноши не могут одновременно пригласить одну и ту же девушку. И варианты, при которых одни и те же девушки танцуют с разными юношами, считаются разными, поэтому:

$$А\_{6}^{4}= \frac{6!}{(6-4)!}= \frac{2!\*3\*4\*5\*6}{2!}= 3\*4\*5\*6=360$$

1. Если в некотором множестве  переставлять местами элементы, оставляя неизменным их количество, то каждая полученная таким образом комбинация называется *перестановкой*. Общее число перестановок из *n* элементов обозначается Pn и вычисляется по формуле:

$$Р\_{n}= n!$$

*Пример 3*. Сколько различных шестизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4,5, если цифры в числе не повторяются?

*Решение:*

1. Найдем количество всех перестановок из этих цифр: P6=6!=720
2. 0 не может стоять впереди числа, поэтому от этого числа необходимо отнять количество перестановок, при котором 0 стоит впереди. А это P5=5!=120.

P6-P5=720-120=600

1. Если из *n* элементов составлять группы по *m* элементов в каждой, не обращая внимания на порядок элементов в группе, то получившиеся при этом комбинации называются *сочетаниями* из *n* элементов по *m*. Общее число сочетаний находится по формуле:



*Пример 4.* Сколько трехкнопочных комбинаций существует на кодовом замке (все три кнопки нажимаются одновременно), если на нем всего 10 цифр.

*Решение:* Так как кнопки нажимаются одновременно, то выбор этих трех кнопок – сочетание. Отсюда возможно вариантов.

Значит всего по правилу произведения возможно 21\*36=756 вариантов.

**Тема 8. Основные понятия теории вероятностей. Определение вероятности.**

**Теоремы вероятности**

 Событием называется всякий факт, который может произойти или не произойти в результате опыта.

 При этом тот или иной результат опыта может быть получен с различной степенью возможности. Т.е. в некоторых случаях можно сказать, что одно событие произойдет практически наверняка, другое практически никогда.

 В отношении друг друга события также имеют особенности, т.е. в одном случае событие А может произойти совместно с событием В, в другом – нет.

 События называются *несовместными*, если появление одного из них исключает появление других.

 Классическим примером несовместных событий является результат подбрасывания монеты – выпадение лицевой стороны монеты исключает выпадение обратной стороны (в одном и том же опыте).

 *Полной группой событий* называется совокупность всех возможных результатов опыта.

 *Достоверным событием* называется событие, которое наверняка произойдет в результате опыта. Событие называется *невозможным*, если оно никогда не произойдет в результате опыта.

 Например, если из коробки, содержащей только красные и зеленые шары, наугад вынимают один шар, то появление среди вынутых шаров белого – невозможное событие. Появление красного и появление зеленого шаров образуют полную группу событий.

 События называются *равновозможными*, если нет оснований считать, что одно из них появится в результате опыта с большей вероятностью.

 В приведенном выше примере появление красного и зеленого шаров – равновозможные события, если в коробке находится одинаковое количество красных и зеленых шаров.

 Если же в коробке красных шаров больше, чем зеленых, то появление зеленого шара – событие менее вероятное, чем появление красного.

 Исходя из этих общих понятий можно дать определение вероятности.

 *Вероятностью* события А называется математическая оценка возможности появления этого события в результате опыта. Вероятность события А равна отношению числа, благоприятствующих событию А исходов опыта к общему числу попарно несовместных исходов опыта, образующих полную группу событий.



Исход опыта является благоприятствующим событию А, если появление в результате опыта этого исхода влечет за собой появление события А.

 Очевидно, что вероятность достоверного события равна единице, а вероятность невозможного – равна нулю. Таким образом, значение вероятности любого события – есть положительное число, заключенное между нулем и единицей.



*Пример 1.* Найти вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет: а) 4; б) 5; в) четное число очков; г) число очков, большее 4;

*Решение*. Всего имеется N=6 возможных исходов: выпадение грани куба с числом очков, равным 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Мы считаем, что ни один из них не имеет никаких преимуществ перед другими, т. е. принимаем предположение о равновероятности этих исходов.

а) Ровно в одном из исходов произойдет интересующее нас событие А–выпадение числа 4. Значит, N(A)=1 и P(A)==.

б) Решение и ответ такие же, как и в предыдущем пункте.

в) Интересующее нас событие В произойдёт ровно в трёх случаях, когда выпадает число очков 2, 4 или 6. Следовательно, N(B)=3 и P(B)==.

г) Интересующее нас событие С произойдет ровно в двух случаях, когда выпадет число очков 5 или 6. Значит, N(C)=2 и Р(С)=.

Ответ: а) ; б) ; в) ; г) ; д)

 *Теорема (сложения вероятностей).* Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.



 *Следствие 1:* Если события  образуют полную группу несовместных событий, то сумма их вероятностей равна единице.



 *Противоположными* называются два несовместных события, образующие полную группу.

 *Теорема.* Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.



 *Следствие 2:* Сумма вероятностей противоположных событий равна единице.



 Событие А называется независимым от события В, вероятность события А не зависит от того, произошло событие В или нет. Событие А называется *зависимым* от события В, если вероятность события А меняется в зависимости от того, произошло событие В или нет.

 Вероятность события В, вычисленная при условии, что имело место событие А, называется *условной вероятностью* события В.



 *Теорема.* *(Умножения вероятностей)* *Вероятность произведения двух событий (совместного появления этих событий) равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое событие уже наступило*



 Также можно записать: 

Доказательство этой теоремы непосредственно вытекает из определения условной вероятности.

 Если события независимые, то , и теорема умножения вероятностей принимает вид:



 В случае произведения нескольких зависимых событий вероятность равна произведению одного из них на условные вероятности всех остальных при условии, что вероятность каждого последующего вычисляется в предположении, что все остальные события уже совершились.



 Из теоремы произведения вероятностей можно сделать вывод о вероятности появления хотя бы одного события.

 Если в результате испытания может появиться *п* событий, независимых в совокупности, то вероятность появления хотя бы одного из них равна



 Здесь событие А обозначает наступление хотя бы одного из событий Ai, а qi – вероятность противоположных событий .

 *Пример*  Из полной колоды карт (52 шт.) одновременно вынимают четыре карты. Найти вероятность того, что среди этих четырех карт будет хотя бы одна бубновая или одна червонная карта.

 Обозначим появление хотя бы одной бубновой карты – событие А, появление хотя бы одной червонной карты – событие В. Таким образом нам надо определить вероятность события С = А + В.

 Кроме того, события А и В – совместны, т.е. появление одного из них не исключает появления другого.

 Всего в колоде 13 червонных и 13 бубновых карт.

 При вытаскивании первой карты вероятность того, что не появится ни червонной ни бубновой карты равна , при вытаскивании второй карты - , третьей - , четвертой - .

 Тогда вероятность того, что среди вынутых карт не будет ни бубновых, ни червонных равна .

 Тогда 

**Тема 9. Случайные величины. Дискретные случайные величины**

На практике часто встречаются величины, которые могут принимать некоторые значения, но нельзя достоверно предсказать какие именно каждая из них примет в рассматриваемом опыте, явлении, наблюдении. Например:

1. число мальчиков, которые родятся в Бишкеке в ближайший день, может быть различным. Оно может быть равным 0, 1, 2, и т.д. до некоторого конечного числа n
2. масса корнеплода сахарной свеклы на участке;
3. дальность полета снаряда;
4. количество бракованных деталей в партии и т.д.

Такие величины называют *случайными*. Они характеризуют все возможные результаты опыта или наблюдения с количественной стороны. Теория вероятностей, помимо случайных событий, изучает также и случайные величины.

*Случайной величиной* называется переменная, которая в результате испытания может принимать те или иные числовые значения в зависимости от различных обстоятельств. Эти величины обозначаются последними заглавными буквами латинского алфавита X, Y, Z, …, а их значения – соответствующими малыми буквами x , y , z, …

Случайные величины делятся на дискретные и непрерывные.

Случайная величина *называется дискретной*, если ее возможные значения можно пронумеровать.

Случайная величина *называется непрерывной,*  если множество ее значений бесконечно и сплошь заполняет некоторый промежуток числовой прямой.

Законом распределения дискретной случайной величины называют перечень ее возможных значений и соответствующих им вероятностей, которая может быть задана в виде таблицы, первая строка которой содержит возможные значения х, а вторая – вероятности $p\_{i}$, где $\sum\_{i=1}^{n}P\_{i}=1$

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  X |  $x\_{1}$ |  $x\_{2}$  |  $x\_{3}$ |  … |  $x\_{n}$ |
|  P |  $p\_{1}$ |  $p\_{2}$ |  $p\_{3}$ |  … |  $p\_{n}$ |

Закон распределения дискретной случайной величины Х может быть также задан аналитически $P\left(X= x\_{i}\right)=p(x\_{i})$ или с помощью функции распределения.

Графическое изображение закона распределения дискретной случайной величины называется многоугольником распределения.

Закон распределения дискретной случайной величины Х, вероятности возможных значений $X=k ( k-$ которые вычислены по формуле Бернулли



называют биноминальным, так как правую часть этого равенства можно рассматривать как общий член разложения бинома Ньютона

$$(p+q)^{n}= C\_{n}^{n}p^{n}+ C\_{n}^{n-1}p^{n-1}q+ …+ C\_{n}^{k}p^{k}q^{n-k}+ …+ C\_{n}^{0}q^{n}$$

 Биноминальный закон распределения можно написать в виде таблицы

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  X |  n |  n - 1 |  … |  k |  … |  0 |
|  P |  $p^{n}$ |  $p^{n-1 }q$  |  … | $$C\_{n}^{k}p^{k}q^{n-k}$$ |  … |  $q^{n}$ |

Если число испытаний n велико, соответственно вероятность р появления события в каждом испытании очень мала, то используют приближенную формулу

 ,

 где k - число появления события в n независимых испытаниях,

 (среднее число появления события в n испытаниях), и говорят, что случайная величина распределена по закону Пуассона.

**Тема 10. Характеристики дискретных случайных величин**

Хотя закон распределения полностью характеризует случайную величину, часто он неизвестен и приходится ограничиваться меньшими сведениями. Чаще выгоднее пользоваться числами, которые описывают случайную величину суммарно; такие числа называют числовыми характеристиками случайных величин. К таким числам относятся матожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

 *Математическим ожиданием* дискретной случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на их вероятности.



 Математическое ожидание существует, если ряд, стоящий в правой части равенства, сходится абсолютно.

 С точки зрения вероятности можно сказать, что математическое ожидание приближенно равно среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины.

Свойства математического ожидания.

1) Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной.



 2) Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания.



 3) Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий.



Это свойство справедливо для произвольного числа случайных величин.

 4) Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых.



 Это свойство также справедливо для произвольного числа случайных величин.

 Пусть производится *п* независимых испытаний, вероятность появления события А в которых равна *р*.

 *Теорема.* *Математическое ожидание М(Х) числа появления события А в п независимых испытаниях равно произведению числа испытаний на вероятность появления события в каждом испытании*.



 Однако, математическое ожидание не может полностью характеризовать случайный процесс. Кроме математического ожидания надо ввести величину, которая характеризует отклонение значений случайной величины от математического ожидания.

 Это отклонение равно разности между случайной величиной и ее математическим ожиданием. При этом математическое ожидание отклонения равно нулю. Это объясняется тем, что одни возможные отклонения положительны, другие отрицательны, и в результате их взаимного погашения получается ноль.

 *Дисперсией (рассеиванием)* дискретной случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.



*Теорема.* *Дисперсия равна разности между математическим ожиданием квадрата случайной величины Х и квадратом ее математического ожидания*.



Применим эту формулу для рассмотренного выше примера:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 |
| X2 | 0 | 1 | 4 |
| p | 0,0625 | 0,375 | 0,5625 |





 *Теорема.* *Дисперсия числа появления события А в п независимых испытаний, в каждом из которых вероятность р появления события постоянна, равна произведению числа испытаний на вероятности появления и непоявления события в каждом испытании.*



 *Средним квадратическим отклонением* случайной величины Х называется квадратный корень из дисперсии.



 *Теорема.* *Среднее квадратичное отклонение суммы конечного числа взаимно независимых случайных величин равно квадратному корню из суммы квадратов средних квадратических отклонений этих величин.*



**Тема 11. Основные понятия математической статистики. Вариационный ряд**

Установление закономерностей, которым подчинены массовые случайные явления, основано на изучении методами теории вероятностей статистических данных – результатов наблюдений.

Первая задача математической статистики - указать способы сбора и группировки статистических сведений, полученных в результате наблюдений или в результате специально поставленных экспериментов.

Вторая задача математической статистики - разработать методы анализа статистических данных в зависимости от целей исследования. Сюда относятся:

1. оценка неизвестной вероятности события; оценка неизвестной функции распределения; оценка параметров распределения, вид которого неизвестен; оценка зависимости случайной величины от одной или нескольких случайных величин и пр.;
2. проверка статистических гипотез о виде неизвестного распределения или о величине параметров распределения, вид которого неизвестен.

Современная математическая статистика разрабатывает способы определения числа необходимых испытаний до начала исследования (планирование эксперимента), в ходе исследования (последовательный анализ) и решает многие другие задачи. Современную математическую статистику определяют *как науку о принятии решений в условиях неопределенности.*

Итак, задача математической статистики состоит в создании методов сбора и обработки статистических данных для получения научных и практических выводов.

*Выборочной совокупностью* или просто *выборкой* называют совокупность случайно отобранных объектов.

*Генеральной совокупностью* называют совокупность объектов, из которых производится выборка.

*Объемом*  совокупности (выборочной или генеральной) называют число объектов этой совокупности. Например, если из 1000 деталей отобрано для обследования 100 деталей, то объем генеральной совокупности N =1000, а объем выборки n=100.

Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка, причем $x\_{1}$ наблюдалось $n\_{1}$ раз, $x\_{2}- n\_{2 }$ раз, $x\_{n}- n\_{n }$ $\sum\_{}^{}n\_{i}$ = n - объем выборки. Наблюдаемые значения $x\_{i}$ называют *вариантами,* а последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке , - *вариационным рядом*.

Числа наблюдений называют частотами, а их отношения к объему выборки $\frac{ n\_{i}}{n}= w\_{i}$ - *относительными частотами.*

 *Статистическим распределением выборки* называют перечень вариант и соответствующих им частот.

В теории вероятностей под *распределением* понимают соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями, а в математической статистике – соответствие между наблюдаемыми вариантами и их частотами, или относительными частотами.

*Пример*. Задано распределение частот выборки объема n=20

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$X\_{i}$$ | 2 | 6 | 12 |
| $$W\_{i}$$ | 3 | 10 | 7 |

Написать распределение относительных частот.

*Решение.* Найдем относительные частоты, для этого разделим частоты на объем выборки:

$ W\_{1}=\frac{3}{20}=0.15$, $W\_{2}=\frac{10}{20}=0.5$, $W\_{3}=\frac{7}{20}=0.35$,

Напишем распределение относительных частот:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$X\_{i}$$ | 2 | 6 | 12 |
| $$W\_{i}$$ | 0.15 | 0.5 | 0.35 |

Контроль: 0.15 + 0.5 + 0.35 = 1.

*Ряды распределения* — это ряды абсолютных и относительных чисел, которые характеризуют распределение единиц совокупности по качественному (атрибутивному) или количественному признаку. Примером распределения совокупности по качественному признаку может быть распределение сотрудников милиции (офицеров) по специальному званию: полковников — 1, подполковников — 3, майоров — 8 ... всего — 50 человек. Эта же совокупность может быть распределена по количественному признаку, скажем, по возрасту: моложе 20 лет — 2, 20—24 года—18, 25— 29 лет — 10 и т. д. В обоих примерах ряды распределения выражены в абсолютных числах. Последние в подобных случаях называются *частотами* ряда распределения. Они указывают, насколько часто повторяется та или иная варианта (признак). Варианта “майор” имеет частоту 8, а варианта “20—24 года” — 18.

Если значения качественных или количественных признаков выражены в относительных числах (например, в процентах к общему числу), то эти значения именуются*частостями.* В этом случае наши примеры выглядят так: полковников — 2%, подполковников — 6, майоров — 16... всего 100%; моложе 20 лет — 4%, 20-24 года - 18, 25-29 лет - 10... всего 100%.

Ряды распределения в таблицах, как правило, имеют и частоты, и частости.

 Таблица. Распределение сотрудников милиции по званию и возрасту

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Звание | Абсолютное число | В % к итогу | Возраст,лет | Абсолютное число | В % к итогу |
| Полковник | 1 | 2 | До 20 | 2 | 4 |
| Подполковник | 3 | 6 | 20-24 | 18 | 36 |
| Майор | 8 | 16 | 25-29 | 10 | 20 |
| Капитан | 12 | 24 | 30-34 | 10 | 20 |
| Ст. лейтенант | 15 | 30 | 35-39 | 5 | 10 |
| Лейтенант | 10 | 20 | 40-49 | 3 | 6 |
| Мл. лейтенант | 1 | 2 | 50 и старше | 2 | 4 |
| Итого 50 | 100,0 | Итого 50 | 100,0 |

 Ряды распределения, построенные по *количественному* признаку (возраст, стаж, меры наказания, сроки расследования или рассмотрения дел, число судимостей и т. д.), называются*вариационными рядами.* Различия единиц совокупности (до 20 лет, 20— 24 года, 25—29 лет и т. д.) количественного признака называется *вариацией,* а сам конкретный признак —*вариантой.*

Вариация признаков может быть дискретной, или прерывной (20, 21, 22, 23, 24, 25 лет и т.д.), либо непрерывной (до 20 лет, 20—25, 25—30 лет и т.д.). При дискретной вариации величина количественного признака (варианты) может принимать вполне определенные значения, отличающиеся в нашем примере на 1 год (20, 21, 22 и т.д.). При непрерывной вариации величина количественного признака у единиц совокупности в определенном численном промежутке (интервале) может принимать любые значения, хоть сколько-нибудь отличающиеся друг от друга. Например, в интервале 20—25 лет возраст конкретных сотрудников может быть 20 лет и 2 дня, 21 год и 10 месяцев и т.д.

Вариационные ряды, построенные по дискретно варьирующим признакам, именуют *дискретными вариационными рядами,* а построенные по непрерывно варьирующим признакам (интервалам) — *интервальными вариационными рядами.* Вариационный ряд всегда состоит из двух основных граф (колонок) цифр.

В первой колонке указываются значения количественного признака в порядке возрастания. В нашем примере интервального вариационного ряда: до 20 лет, 20—24 года, 25—29 лет и т. д. При дискретной вариации 20, 21, 22, 23, 24, 25 лет. Эти значения количественного признака и называют *вариантами.* В статистической литературе этот термин иногда употребляется как существительное мужского рода (вариант, варианты), а иногда — как существительное женского рода (варианта, варианты).

Во второй колонке указываются числа единиц, которые свойственны той или иной варианте. Их называют *частотами,* если они выражены в абсолютных числах, т. е. сколько раз в изучаемой совокупности встречается та или иная варианта, или *частостями,* если они выражены в удельных весах или долях, т. е. в процентах или коэффициентах к итогу.

Интервальный вариационный ряд иногда строится с равными интервалами (20—24, 25—29 лет), а иногда с неравными (14— 15, 16—18, 19—20, 21—25 лет) интервалами. В первом случае оба интервала равны 5 годам, а во втором случае — 2, 3, 5 годам. При построении интервального ряда с непрерывной вариацией верхняя граница каждого интервала обычно является нижней границей последующего (20—25, 25—30, 30—35 и т. д.), а в построении интервального ряда по дискретному признаку границы смежных интервалов не повторяются (1—5 дней, 6—10 дней, 11—15 дней и т.д.)

Статистический анализ вариационных рядов требует не только наличия частот (частостей), но и *накопленных частот (частностей).* Накопленная частота для той или иной варианты представляет собой сумму частот всех предшествующих вариант (интервалов). В нашем примере (таблица 7) для интервала 20—24 года накопленная частота будет равна: 2 + 18 = 20 человек, а накопленная частость 4 + 36 = 40%, а для интервала 25—29 лет соответственно:

2 + 18 + 10 = 30 человек, или 4 + 36 + 20 = 60%. Таким образом от варианты к варианте (от интервала к интервалу) идет накопление (кумуляция) частот и частостей.

Вариационные ряды легко изображаются графически в виде полигона или гистограммы. Графическое изображение накопленных частот (частостей) воспроизводится в системе прямоугольных координат в виде кумуляты, или кумулятивной кривой. По оси ординат откладывается величина накопленных частот, а по оси абсцисс — возрастающие значения количественного признака. Накопленные частоты и кумулята — это интегральные показатели плотности распределения в вариационном ряду.

**Тема 12. Эмпирическая функция распределения**

Пусть известно статистическое распределение частот количественного признака Х. Введем обозначения $n\_{x}- $ число наблюдений , при которых наблюдалось значение признака, меньшее $x$; $n- $ общее число наблюдений (объем выборки). Ясно, что относительная частота события $X <x$ равна $\frac{n\_{1}}{n}$. Если $x$ изменяется, то изменяется и относительная частота, то есть относительная частота $\frac{n\_{x}}{n}$ есть функция от $x$. Так как эта функция находится эмпирическим (опытным) путем, то ее называют эмпирической.

Эмпирической функцией распределения (функцией распределения выборки) называют функцию $F^{\*}\left(x\right)$ , определяющую для каждого значения $F^{\*}\left(x\right)= \frac{n\_{x}}{n}$,

где $n\_{x}$ – число вариантов, меньших $x$; $n- $ объем выборки.

Свойства эмпирической функции:

1. значения эмпирической функции принадлежат отрезку [0, 1];
2. $F^{\*}\left(x\right)$ - неубывающая функция;
3. $ если $ $x\_{1}- $наименьшая варианта, то $F^{\*}\left(x\right)=0$ при $x \leq x\_{1}$ ;
4. $если $ $x\_{n}- $наибольшая варианта, то $F^{\*}\left(x\right)=0$ при $ x >x\_{n}$.

$Эмпирическая $ функция распределения выборки служит для оценки теоретической функции распределения генеральной совокупности.

*Пример.* Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  варианты $x\_{i}$  |  2 |  6 |  10 |
|  частоты $n\_{i}$ |  12 |  13 |  30 |

*Решение*. Найдем объем выборки: 12 +18+30 = 60.

Наименьшая варианта равна 2, следовательно, $F^{\*}\left(x\right)=0$, при $x \leq 2$ . Значение $x<6, а именно x\_{1}=2, $наблюдалось 12 раз, следовательно,

$F^{\*}\left(x\right)=\frac{12}{60}=0,2$ при $2<x\leq 6.$

Значения $x<10$, а именно $x\_{1}=2$ и $x\_{2}=6$, наблюдались 12 +18=30 раз, следовательно, $F^{\*}\left(x\right)=\frac{30}{60}=0.5 при 6<x\leq 10$.

Искомая эмпирическая функция $F^{\*}\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}\genfrac{}{}{0pt}{}{0 при x\leq 2 }{0.2 при 2<x\leq 6}\\\genfrac{}{}{0pt}{}{0,5 при 6<x\leq 10}{1 при x\geq 10}\end{array}\right.$

**Тема 14. Корреляционная зависимость. Уравнение регрессии**

Причинная зависимость между каждым признаком-фактором и признаком-следствием характеризуется неоднозначностью: тот или иной признак-следствие изменяется под воздействием комплекса признаков-факторов, а каждому значению признака-фактора соответствует (под влиянием других признаков-факторов) несколько значений признака-следствия. Поэтому связь между причиной (совокупностью причин) и следствием (преступлением или преступностью) многозначна и носит вероятностный характер.

Многозначность заключается не только в том, что каждое правонарушение (и правонарушаемость в целом) есть результат действия многих причин, но и в том, что каждая причина, взаимодействуя с тем или иным набором других причин, может порождать не одно, а несколько следствий, в числе которых — различные виды противоправного и правомерного поведения.

Вероятностная сторона многозначности причинной связи в криминологии и социологии права “состоит в том, что при замене какого-либо условия, даже при одной и той же причине, получается иной результат”2. Такая форма причинной связи, при которой причина определяет следствие не однозначно, а лишь с определенной долей вероятности, является неполной и называется*корреляционной связью.* Она отражает статистическую закономерность и действует во всех неавтономных, зависящих от постоянно меняющихся внешних условий системах с очень большим количеством элементов (факторов).

Причины преступления, например, “растворены” в общей массе позитивных воздействий, “распределены” в структуре деятельности человека и “растянуты” в течение всей его жизни. Поэтому действие той или иной причины можно обнаружить лишь в очень большой массе случаев. Но даже и на массовом статистическом уровне, где влияние случайных факторов как-то нивелируется путем взаимоуничтожения, обнаруженные зависимости не могут быть полными и точными, т. е. функциональными. Действие неучтенных, неизвестных, а часто и известных, но трудно уловимых факторов, проявляется в том, что изучаемые связи оказываются не только неполными, но и приблизительными.

Обоснованно считается, что воспитание ребенка без одного или обоих родителей — это криминогенный фактор. Значит ли это, что каждый человек, воспитанный в таких условиях, совершит в будущем преступление? Никоим образом. За обобщенным фактором — воспитание без родителей — может скрываться огромное число иных факторов, криминогенных и антикриминогенных, которые бывают разными для каждого ребенка. Но при изучении большой массы людей, воспитанных родителями и без родителей, во всех странах мира с закономерностью устанавливается статистическое отклонение: лица, воспитанные без одного или обоих родителей, намного чаще совершают преступления, чем воспитанные в полной семье.

Между криминогенными факторами и преступностью существует*прямая корреляционная связь* (со знаком “+”). Например, чем выше уровень алкоголизации в обществе, тем выше преступность, причем преступность специфичная (“пьяная”). Между факторами антикриминогенными и преступностью действует*обратная корреляционная зависимость* (со знаком “-”). Например, чем выше социальный контроль в обществе, тем ниже преступность . И прямые, и обратные связи могут быть прямолинейными и криволинейными.

*Прямолинейные* (линейные) связи проявляются тогда, когда с увеличением значений признака-фактора происходит возрастание (прямая) или уменьшение (обратная) величины признака-следствия. Математически такая связь выражается уравнением прямой (уравнением регрессии): *у* = *а* + *bх,* где *у —* признак-следствие; *а* и *b —* соответствующие коэффициенты связи; *х —* признак-фактор. Мы уже обращались к этой формуле при выравнивании динамического ряда по прямой.

*Криволинейные* связи носят иной характер. Возрастание величины факторного признака оказывает неравномерное влияние на величину результирующего признака. Вначале эта связь может быть прямой, а затем — обратной. В юридической науке такие связи почти не изучались, а они наличествуют. Известный пример — связь преступлений с возрастом правонарушителей. Вначале криминальная активность лиц растет прямо пропорционально увеличению возраста правонарушителей (приблизительно до 30 лет), а затем с увеличением возраста преступная активность снижается. Причем вершина кривой распределения правонарушителей по возрасту сдвинута от средней влево (к более молодому возрасту) и является асимметричной.

Более сложный пример: с расширением социального контроля уровень противоправного поведения снижается, но дальнейшая тотализация контроля превращает его из антикриминогенного фактора в криминогенный. Поэтому “закручивание гаек” в обществе социально полезно лишь до определенного предела. Такие связи статистически описываются уравнениями кривых линий (гиперболы, параболы и т. д.).

Корреляционные прямолинейные связи могут быть однофакторными, когда исследуется связь между одним признаком-фактором и одним признаком-следствием (парная корреляция). Они могут быть многофакторными, когда исследуется влияние многих взаимодействующих между собой признаков-факторов на признак-следствие (множественная корреляция).

*Парная корреляция* давно находит применение в юридической статистике, а*множественная корреляция* практически не используется, хотя в криминологии, деликтологии и социологии права многофакторные связи, можно сказать, доминируют. Это обусловлено рядом трудностей: неналаженным учетом признаков-факторов, недостаточной математической, статистической и социологической подготовкой юристов и другими обстоятельствами объективного характера.

Корреляционные связи одних явлений с другими видны уже на первых стадиях статистической обработки данных. Сводка и группировка статистических показателей, исчисление относительных и средних величин, построение вариационных, динамических, параллельных рядов позволяет установить наличие взаимосвязи изучаемых явлений и даже ее характер (прямой и обратный). Если, построив вариационный ряд преступников по возрасту, мы обнаруживаем, что основные частоты группируются в интервале молодежного возраста, у нас есть достаточные основания полагать, что молодежный возраст — наиболее криминогенный. Хотя возраст (как мы установили в предыдущих главах) и выступает не в своем собственном значении, а лишь как интегрированный выразитель криминогенных условий, взаимодействующих с соответствующими возрастными изменениями человека.

Обратимся к состоянию опьянения, которое во всех странах мира считается криминогенным фактором и в связи с этим статистически отслеживается. В России в 1996 г. было зафиксировано: в состоянии опьянения правонарушителей совершено 39% всех учтенных преступлений, в том числе 77,6% — изнасилований, 73,5% — умышленных убийств, 69,8% — хулиганских действий, 59,7% — разбоев, 57,0% — грабежей, 37,7% — краж и 0% — взяточничества. Приведенные проценты свидетельствуют о прямой корреляционной связи преступлений с пьянством (кроме взяточничества). Поскольку эти цифры повторяются практически из года в год, они свидетельствуют не только о наличии данной связи, но в определенной мере и о степени влияния пьянства на различные виды деяний. Для более точного измерения связей статистика располагает большим набором различных методов.

*Измерение связей между качественными признаками*

  Статистические методы различных обобщений, указывая на наличие прямой или обратной связи между признаком-фактором и признаком-следствием, не дают ответа на вопрос о мере связей, ее количественном выражении. Этот недостаток восполняется методами корреляционного анализа, которые позволяют вычленить из комплекса факторов влияние одного или многих обстоятельств, установить характер взаимосвязи и математически точно измерить ее. Все это имеет важное научное и практическое значение. Последовательное внедрение методов измерения в аналитическую практику правоохранительных органов, судов и других юридических учреждений ставит ее на прочную научную основу.

Для изучения корреляционных связей статистиками разработаны разные методы, каждый из которых решает свои конкретные задачи. Одни коэффициенты связи пригодны для измерения взаимосвязей качественных признаков, другие — для качественных и количественных, третьи — для количественных. Абсолютное большинство их применимо в социально-правовых и криминологических изучениях, поэтому необходимо познакомиться с ними хотя бы в самом общем виде.

Для измерения связи между*качественными* (атрибутивными) признаками в статистике широко используются коэффициент сопряженности А.А.Чупрова, коэффициент ассоциации К.Пирсона, а также коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.

**1.** *Коэффициент ассоциации К.Пирсона* (КП) в плане исчисления — относительно простой показатель сопряженности величин. Он применяется к вариации двух качественных признаков, распределенных по двум группам. Его расчет производится на основе табл. 1, именуемой *таблицей четырех полей.*

**Таблица 1 Таблица расчета коэффициента ассоциации К.Пирсона**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ПризнакиГруппы | 1 | 2 | Сумма |
| 1 | *а* | *b* | *a+b* |
| 2 | *с* | *d* | *c+d* |
| Сумма | *а+с* | *b+d* | *—* |

 Этими полями являются клетки *а, b, с, d.* Расчет осуществляется на основе сопряжения по строкам *а* и *b, с* и *d,* а также по графам *а* и с, *b* и *а.* Формула расчета:



 Ассоциируемые показатели могут быть как абсолютными, так и относительными. Попробуем рассчитать КП между показателями раненых и погибших в дорожно-транспортных происшествиях по вине водителей и пешеходов (табл. 2).

Ввиду того, что абсолютные показатели громоздки и расчет КП на их основе можно сделать будет только на компьютере, исчислим его на относительных показателях, на процентах:



Таблица. Распределение погибших и раненых по вине водителей и пешеходов

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Причина наезда | Погибло | Ранено | Сумма |
| Вина водителей | (а) 26807 15,5% | *(b)* 146 68584,5 % | 173 492 100,0 % |
| Вина пешеходов | (с) 6451 13,8% | *(d)* 40293 86,2% | 46784 100,0 % |
| Сумма | 33258 29,3% | 186 978 170,7 % | — |

 Проверка расчета КП на абсолютных показателях дала практически те же результаты (0,0188). Расхождение расчетов на десятитысячные доли объясняется наличием округлений при расчете процентов.

Коэффициент ассоциации измеряется от —1 до +1 и интерпретируется так: чем ближе коэффициент к 1, тем теснее связь, положительная или отрицательная. Исходя из этого связь между показателями раненых и погибших по вине водителей и пешеходов прямая (+), но незначительная и случайная. Считается, что если КП достигает 0,3, то это свидетельствует о существенной связи между признаками.

**2.** Коэффициент взаимной сопряженности, разработанный отечественным статистикомА.А.Чупровым (КЧ), в отличие от коэффициента Пирсона применяется для измерения связи между соотношением двух атрибутивных признаков по трем и более группам. Он рассчитывается по формуле



 Поскольку число групп всегда известно, то для расчета КЧ необходимо найти  *2* (фи квадрат). Его расчет сложный. Он, как и коэффициент Пирсона, исчисляется путем нахождения различных соотношений, что легче всего сделать на конкретном примере. В качестве такового возьмем соотношение некоторых видов преступлений и их раскрываемости (табл 3). В нашем примере *m1* — число видов деяний, равное 4, и *m2* — число групп по раскрываемости преступлений (раскрыты, нераскрыты), равное 2.

Таблица Распределение некоторых преступлений в регионе по видам и их раскрываемости

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Виды преступлений | Раскрыты | Не раскрыты | Итого |
| Разбой | 110 (73,7 %) | 40 (26,3 %) | 150 (100 %) |
| 12 100 | 1600 |    |
| 34,5714 | 10,6667 | 45,2381 |
|    |    | 0,3016 |
| Мошенничество | 180 (73,5 %) | 65 (26,5 %) | 245 (100 %) |
| 32 400 | 4225 |    |
| 92,5714 | 28,1667 | 120,7381 |
|    |    | 0,4928 |
| Умышленное убийство | 50 (66,7 %.) | 25 (33,3 %) | 75 (100 %) |
| 2500 7,1429 | 625 4,1667 | 11,3096 |
|    |    | 0,1508 |
| Поджог | 10 (33,3 %) | 20 (66,7 %) | 30 (100 %) |
| 100 | 400 |    |
| 0,2857 | 2,6667 | 2,9524 |
|    |    | 0,0984 |
| Итого | 350 | 150 | 500 |
|    |    | 1,0436 |

 Для того чтобы разобраться в этой таблице, раскроем значение каждого показателя и способы его получения на примере разбоев.

В первой строке каждой клетки (кроме итоговой графы) указаны абсолютные числа и удельные веса (в скобках) раскрытых и нераскрытых преступлений (разбой, мошенничество и т.д.). Применительно к разбоям: раскрыто 110 деяний, или 73,7%, и не раскрыто 40, или 26,3%.

Во второй строке каждой клетки (кроме итоговой графы) указаны квадраты частот преступлений. Применительно к разбоям:

110 раскрытых деяний в квадрате составляет 12 100, а 40 нераскрытых в квадрате составляет 1600.

В третьей строке каждой клетки (кроме итоговой графы) указаны частные от деления квадратов частот на сумму частот по графам (эти суммы указаны в нижней строчке “Итого”). Применительно к раскрытым разбоям: 12 100:350==34,5714 и применительно к нераскрытым: 1600:150=10,6667.

Каждая клетка итоговой графы состоит из четырех строк:

— в первой строке даны суммы частот и частостей (110 раскрытых разбоев + 40 нераскрытых =150, или 100%);

— во второй строке — прочерк, так как квадраты частот не суммируются;

— в третьей строке даны суммы частных от деления квадратов частот на суммы частот раскрытых и нераскрытых деяний, применительно к разбою: 34,5714 (раскрытые)+10,6667 (нераскрытые) =45,2381;

— в четвертой строке дается отношение сумм частных (указанных в предыдущей третьей строке) к общему числу частот (указанных в первых строках каждой клетки), применительно к разбою 45,2381:150=0,316.

В итоговой строке итоговой графы приводятся два числа: первое — общее число частот (500 преступлений) и второе — общая сумма отношений, указанных в четвёртой строке предыдущих клеток итоговой графы (0,3016 + 0,4928 + 0,1508 + 0,984 = 1,0436).

*Результирующее число* **1,0436,** *вобравшее в себя все статистически значимые отношения,* за вычетом единицы, т.е. 1,0436 - 1 = = 0,0436, *является* именно *фи квадратом* *( 2)*, указывающим на взаимную сопряженность атрибутивных признаков нескольких групп. Имея его, мы легко рассчитаем КЧ по предложенной формуле:



 Коэффициент А.А.Чупрова в отличие от коэффициента ассоциации варьирует от 0 до 1. Если исходить из формулы, то его значение не может быть отрицательным. Но суть интерпретации та же. Связь считается существенной при величине КЧ =0,3. **Чем** ближе его значение к единице, тем сильнее связь. КЧ = 0,16 — свидетельство наличия относительно заметной связи между видами преступлений и их раскрываемостью.

3. Особая роль в выявлении связей не только между качественными, но и количественными признаками принадлежитпараллельным статистическим рядам. **С** одной стороны, они представляют собой относительно самостоятельный и важный метод выявления корреляционной зависимости, с другой, — с их сопоставления начинается расчет однофакторных, многофакторных и иных корреляций.

Параллельные ряды в этом смысле представляют собой сопоставление двух и более статистических вариационных или динамических рядов показателей, причинно или иным способом связанных между собой. Они дают возможность не только увидеть изменения одного явления в рядах распределения или динамики, но и установить взаимосвязанное изменение двух или более явлений.

Обратимся к известному примеру о связи пьянства с преступностью. Сопоставив за несколько лет два динамических ряда (число преступлений и количество потребления алкоголя в литрах на 100 тыс. населения), мы можем выявить наличие и характер связи между ними. Связь прямая и достаточно сильная, хотя и неодинаковая по силе и механизму действия при совершении различных видов преступлений.

Корыстные преступления совершаются с целью добычи денег на приобретение спиртного; насильственные действия — вследствие снятия нравственно-правовых тормозов у субъектов, находящихся в состоянии опьянения; совершению легкомысленных (неосторожных) деяний, например, дорожно-транспортных, способствует ослабление реакции и другие воздействия алкогольного опьянения на психическое и физическое состояние субъектов преступления1.

Существующие взаимосвязи между пьянством и преступностью в нашей стране особо четко проявились в последние 10—15 лет, когда в середине 80-х гг. пьянство интенсивно росло; когда в 1986—1987 гг. прошла кампания ожесточенной борьбы с пьянством и алкоголизмом, когда в процессе распада Союза и непродуманных реформ в России был снят государственный контроль за производством и оборотом алкогольных напитков. Все это наглядно отразилось на динамике преступности в целом и ее отдельных групп и видов. В 1983—1985 гг. уровень преступности интенсивно рос, в 1986—1987 гг. — заметно снижался, а в 1998—1990 гг. рост преступности был беспрецедентным. Между потреблением алкогольных напитков и



 Параллельные ряды в юридической статистике применимы также для сопоставления рядов динамики преступности и раскрываемости, преступности и выявленных правонарушителей, преступности и судимости, преступности, судимости и числа заключенных. Эти ряды могут свидетельствовать о результативности борьбы с преступностью, степени соответствия судебной практики криминогенным тенденциям, месте, и роли лишения свободы в борьбе с преступностью и т. д. Обратимся еще раз к динамическим рядам уровней преступности и выявленных правонарушителей (рис.2).

Между уровнем преступности и выявленными правонарушителями существует связь состояний. И преступность, и выявленные правонарушители имеют одни и те же причины. Выявленные правонарушители по сути своей — раскрытая часть учтенной преступности. Но на динамику уровня выявленных правонарушителей влияют и другие факторы: уголовная политика, степень соблюдения презумпции невиновности, дееспособность правоохранительных органов и др.



 Мы обращались к этим данным. В 1956 г. число выявленных правонарушителей было на 29% больше числа учтенных преступлений, в 1972 г. их уровни сравнялись, а в 1991 г. число учтенных преступлений на 54% превышало число выявленных правонарушителей. Анализ этих парадоксальных соотношений между уровнями преступности и выявленных правонарушителей может дать ответы на очень сложные вопросы уголовной политики в нашей стране за последнее пятидесятилетие.

Любые показатели о юридически значимых явлениях могут быть поставлены в параллельные статистические ряды распределения и динамики, если между ними существуют реальные причинные или иные связи. Однако обнаруженные совпадения могут быть случайными или ложными. В одном исследовании 60-х гг. утверждалось, что рождаемость находится в прямой зависимости от размера жилплощади: чем больше площадь, тем выше рождаемость. В другом говорилось обратное: чем теснее живут, тем выше рождаемость, так как получение большей жилплощади прямо зависело от количества детей. В обоих случаях мы имеем дело с ложными закономерностями.

Известный отечественный криминолог и статистик М.Н.Гернет, например, построил параллельные ряды осужденных в Калужской губернии за кражи (в расчете на 10 тыс. населения) и цен на хлеб (в копейках за пуд), чем, как он писал, доказал “полную зависимость между ценами на хлеб и числами осужденных окружным судом за кражи”1. Статистические совпадения указанных рядов объяснимы. Рост цен на хлеб может как-то отражать ухудшение экономической и криминогенной ситуации. Но выявленные корреляции характеризуют, скорее всего, не связи между кражами и ценами на хлеб, а связи между кражами и экономической ситуацией в целом. Цена на хлеб в отдельно взятой губернии — лишь какой-то косвенный индикатор экономической ситуации. Подобные корреляции могут затушевать или искажать действительное положение дел. Случайность совпадений или ложные закономерности, как правило, выясняются на основе качественного анализа и теории той научной дисциплины, статистические данные которой анализируются.

Об этом образно писал Л.Н.Толстой в томе третьем части третьей романа “Война и мир”: “Всякий раз, когда я, глядя на свои часы, вижу, что стрелка подошла к десяти, я слышу, что в соседней церкви начинается Благовест, но из того, что всякий раз, что стрелка приходит на десять часов тогда, как начинается Благовест, я не имею права заключить, что положение стрелки есть причина движения колоколов. Всякий раз, как я вижу движение паровоза, я слышу звук свиста, вижу открытие клапана и движение колес; но из этого я не имею права заключить, что свист и движение колес суть причины движения паровоза.

Крестьяне говорят, что поздней весной дует холодный ветер, потому что почка дуба развертывается, и действительно всякую весну дует холодный ветер, когда развертывается дуб... Я вижу только совпадение тех условий, которые бывают во всяком жизненном явлении, и вижу, что, сколько бы и как бы подробно я ни наблюдал стрелку часов, клапан и колеса паровоза и почку дуба, я не узнаю причину Благовеста, движения паровоза и весеннего ветра. Для этого я должен изменить совершенно свою точку наблюдения и изучать законы движения пара, колокола и ветра”1.

Параллельные ряды как метод выявления взаимосвязей используются давно. В работе “Население, преступность и пауперизм” К. Маркс, сопоставляя в параллельных рядах численность населения, родившихся, умерших, осужденных и пауперов, установил важную закономерность: преступность растет быстрее, чем численность населения2. Со времени этого открытия прошло более ста лет, а выявленные закономерности действуют. По данным Четвертого обзора ООН о тенденциях преступности (1986— 1990 гг.) преступность в мире прирастала на 5% год, а население — около 1—1,5%.

Наличие параллельных рядов признака-фактора *(х)* и признака-следствия *(у)* позволяет выявить и изобразить корреляционные зависимостиграфически в прямоугольной системе координат.



 Если отложить значения *х* на оси абсцисс, а значение *у —* на оси ординат и нанести точки соотношений *х* и *у,* то мы получим корреляционное поле, где по расположению точек можно судить о характере и степени связи (рис. 3).

Если точки беспорядочно разбросаны по всему полю (а), то какой-либо связи между признаками нет. Если они сосредоточены на оси, направленной снизу вверх и слева направо (б), то имеется прямая зависимость, а если точки распределены сверху вниз и слева направо *(в)*, то зависимость будет обратной. Если точки при прямой или обратной зависимости не расплываются в облаке, а сосредоточены на одной линии *(г)*, то в этом случае мы имеем сильную прямую или обратную связь.